इकाई 14 भार मापन

इकाई की रूपरेखा

14.1 प्रस्तावना

उद्देश्य

14.2 हम वस्तुओं को क्यों तोलते हैं?

14.3 तुलना के साधन के रूप में भार

14.3.1 भार की अविनाशिता (संरक्षण)

14.3.2 एक संदर्भ भार का प्रयोग करना

14.4 संतुलन की संकल्पना

14.5 भार की विभिन्न इकाइयाँ

14.5.1 इकाई की प्रतिकृति बनाना

14.5.2 छोटी इकाइयों की आवश्यकता

14.5.3 एक मानक इकाई की ओर गमन

14.5.4 इकाइयों को समझना

14.6 भारों की गणना में गणित का योगदान

14.7 सारांश

14.8 अभ्यासों पर टिप्पणियाँ

14.1 प्रस्तावना

एक दिन मेरी एक सहेली ने मेरी 8 वर्षीय पुत्री से पूछा, "यदि मैं तराजू के एक पलड़े में रूई रख दूँ और दूसरे पलड़े में 1 किलोग्राम लोहे का एक गोला, तो बताओ, तराजू का कौन–सा पलड़ा जमीन की ओर अधिक झुक जाएगा? या दूसरे शब्दों में कह सकते हैं "कौन–सा पलड़ा अधिक भारी होगा? मेरी पुत्री ने बिना कोई समय नष्ट किए तुरंत उत्तर दिया "निःसंदेह, जिस पलड़े में लोहे का गोला रखा है, वह अधिक भारी होगा। उत्तर कितना स्पष्ट था, परंतु मेरी बेटी ने यह अनुमान नहीं लगाया कि दोनों पलड़ों में रखा गया भार तो बराबर है, अर्थात दोनों एक किलोग्राम हैं, अतः वे एक–दूसरे को संतुलित कर देंगी।

क्या आपने भी बच्चों को भार के विषय में वस्तुओं के भौतिक अबबोधन के आधार पर ऐसे अनुमान लगाते देखा है। बच्चे प्रायः भारीपन का अनुमान लगाने के लिए वस्तु के आकार, आकृति, या उसके पदार्थ का सहारा ले लेते हैं। ऐसा देखने में आया कि कक्षा चौथी या पाँचवीं के अधिकांश बच्चे किसी वस्तु के भार का निर्धारण करने के लिए उसके आकार, आकृति या पदार्थ को ध्यान में रखते हैं। यही कारण था कि मेरी पुत्री भी एक किलोग्राम रुई और एक किलोग्राम लोहे में अंतर नहीं कर पाई। क्योंकि उसके लिए एक पदार्थ के रूप में रुई लोहे की अपेक्षा अत्यधिक हल्की होती है, अतः एक किलोग्राम रुई एक किलोग्राम लोहे से बहुत हल्की होनी चाहिए। इसी प्रकार कुछ बच्चे किसी वस्तु के भारीपन का संबंध उसके आकार या आकृति से स्थापित कर लेते हैं। मैंने भी एक बार एक बच्चे को यह कहते देखा कि सूखा स्पंज एक लोहे की कील से अधिक भारी होता है। इसके अतिरिक्त हमें ऐसे बच्चे भी मिल सकते हैं जो परिमाण (द्रव्यमान) और भार में अंतर स्पष्ट

नहीं कर पाते हैं। ये इन दोनों अवधारणाओं को समानार्थी रूप में प्रयोग में लाते हैं और दोनों के अंतर को स्पष्ट नहीं कर पाते।

इस स्थिति के संभावित कारणों में से एक कारण बच्चों का वह अपूर्ण अनुभव है जो वे भार की अवधारणा को ग्रहण करने में प्राप्त करते हैं। उदाहरण के लिए जब बच्चों को दो वस्तुओं के भार की तुलना करने को कहा जाए और बच्चा यदि भार मापनी माँगे तो समझिए कि तोलने संबंधी उसकी समझ अभी सीमित है। यह उसकी सामान्य प्रेक्षण करने संबंधी असमर्थता को दर्शाता है और निःसंदेह साधारण भार तुलना करने में उपकरणों पर उसकी निर्भरता का भी द्योतक है। उसकी समझ केवल मापनी—पाठ्यांक पढ़ने तक ही सीमित है और इस प्रकार भार और वस्तुओं की तुलना करने, उन्हें क्रमबद्ध करने और तथा उनके मध्य संबंध स्थापित करने के लिए अनिवार्य कौशलों और प्रक्रियाओं का संकीर्ण ज्ञान या समझ है। ऐसा विद्यार्थी संतुलन की क्रिया के महत्व को नहीं समझ सकता जो अपने आपमें, वस्तुओं को तोलते समय क्लिष्ट अधिगम अनुभव प्रदान करता है।

इस इकाई में हम भार की अवधारणा एक सहज सरल विचार देने का प्रयास करेंगे। हम वस्तुओं को तोलने की, उनकी तुलना करने की और भार के आधार पर वस्तुओं को क्रम में रखने की आवश्यकता की चर्चा करेंगे और इसके साथ—साथ वस्तुओं की तुलना करने के लिए तुला की भूमिका पर भी चर्चा करेंगे। हम विशेषतः उन भ्रांतियों की विवेचना करेंगे जो प्रायः बच्चे भार को समझने में करते हैं। इसके अतिरिक्त भार का परिमाण निर्धारित करने की धारणा, भारों की निश्चर विशेषता को जानना, भारों का ग़ैर—मानकीकृत माप तथा क्रमशः भारों को मापने के लिए सार्वजनिक रूप से अधिक स्वीकार्य इकाइयों पर भी चर्चा होगी। हम भार और मात्रा (परिमाण) के अंतर को समझने और बच्चे इनमें अंतर कैसे करते हैं, को समझने का प्रयास भी करेंगे।

उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के उपरान्त आपः

- बच्चों को इस योग्य बना सकेंगे कि वे भार की अवधारणा को समझ सकें जैसा कि दैनिक जीवन में प्रयुक्त होता है।
- बच्चों को भार को मापने की इकाइयों से अवगत करा सकेंगे; और
- बच्चों की सहायता कर सकेंगे ताकि वे जीवन की विभिन्न स्थितियों में भार की गणना कर सकें।

14.2 हम वस्तुओं को क्यों तोलते हैं?

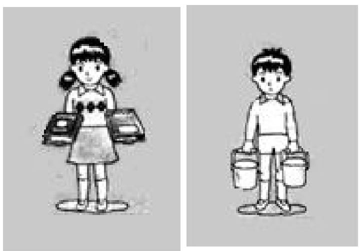
जब बच्चे खेलते हैं और वस्तुओं जैसे मेज आदि को धकेलते हैं तो उन्हें पता चलता है कि ऐसा करने में उन्हें कुछ प्रयास करना पड़ता है। कुछ चीजों को एक स्थान से दूसरे स्थान तक धकेलने के अधिक प्रयास करने की आवश्यकता पड़ती है तो कुछ अन्य चीजों में कम प्रयास लगता है। उदाहरण के लिए, एक बच्चा स्टूल को धकेल सकता है, परंतु सम्भवतः वह एक बड़ी मेज को न धकेल सके। एक छोटा बच्चा एक गेंद को उठा सकें परंतु संभवत एक बल्ले को न उठा सके। जब कोई बच्चा किसी वस्तु को खींचता है, धकेलता है, या उठाता है तो सबसे पहले उसे भारीपन का अनुभव होता है। वह बच्चा भारीपन या हल्केपन का संबंध उस वस्तु को उठाने में लगे प्रयास से करता है तो वह वस्तु जिसके उठाने में अधिक बल की आवश्यकता होती है, उसे भारी कहा जाता है और जिस वस्तु को उठाने में उसे कम बल की आवश्यकता होती है वह इतनी भारी नहीं कहलाएगी। उसके लिए अधिक भार का अर्थ है अधिक भारी होना और कम भार का अर्थ है हल्का

होना। ऐसे अनुभव सहज रूप में यह विचार देते हैं कि भार या भारीपन वह बल होता है जो गुरुत्वाकर्षण के द्वारा वस्तु पर लगाया गया है।

कक्षा पहली तथा दूसरी के बच्चों को ऐसे क्रियाकलापों का अनुभव कराने की आवश्यकता है कि जिससे वे बता सकें कि कौन–सी वस्तु भारी है और कौन–सी हल्की। उन्हें वस्तुओं को एक स्थान से दूसरे स्थान पर रखने जैसे क्रियाकलाप में लगाया जा सकता है। छोटे–छोटे शिशु भी अपनी वस्तुओं, जैसे पानी की बोतल, टिफिन बॉक्स, पुस्तकें, पैन्सिल तथा अन्य ऐसी वस्तुओं को उठा सकते हैं। एक ऐसी क्रिया जिसमें बच्चों को अपनी या अपने साथियों को वस्तुओं को उठाना पड़े, बच्चों को यह अनुभव दे सकती है कि अलग–अलग वस्तुओं का भार भी अलग–अलग होता है। जब बच्चे यह क्रियाएँ कर रहे होते हैं तो अध्यापक भार से संबंधित शब्दों जैसे भारी/हल्का, अधिक भारी या कम भारी शब्दों से बच्चों को परिचित करा सकता है।

एक बार बच्चे जब इस शब्दावली से सहज हो जाएँगे तो उन्हें वस्तुओं को उनके भारीपन (जैसा वे अनुभव करते हैं) के अनुसार आरोही/अवरोही क्रम से व्यवस्थित करने के लिए कहा जा सकता है। इन अनुभवों के द्वारा अध्यापक उन्हें ऐसी स्थिति तक ले आए, जहाँ उनके लिए दो दी गई वस्तुओं को ऐसे किसी क्रम में रखना थोड़ा कठिन हो जाए। यह अवस्था उस समय आ सकती है जब उदाहरण के लिए, एक ही आकार की दो पैंसिलें, उनकी रबड़ या बच्चों के टिफिन बॉक्सों को भारीपन की दृष्टि से आरोही या अवरोही क्रम में रखने के लिए कहा जाए। जब आप बच्चों को इस प्रकार के अनुभव देते तो सभी प्रकार की वस्तुओं को प्रयोग में लाया जा सकता है। बच्चों में यह विचार विकसित करने के लिए कि किसी वस्तु का भार उसकी शक्ल पर निर्भर नहीं करता उन्हें दो वस्तुएँ दें, एक वह जो देखने में बड़ी लगे परंतु भार की दृष्टि से हलकी हो, और दूसरी वह जो देखने में छोटी हो परंतु भारी हो।

उदाहरण 1: दो बाल्टी पानी लें तथा दो पुस्तकें। एक विद्यार्थी को कहें कि वह पुस्तकों को अपनी हथेलियों पर थामें रखें और दूसरे विद्यार्थी को कहें कि वह दोनों बाल्टियों को उठाएँ (जैसा आकृति 1 में दिखाया गया है)। अन्य बच्चों को देखने दें और पूछे गए प्रश्नों का उत्तर देने दें। कौन–सी पुस्तक भारी है? और कौन–सी बाल्टी भारी है? बच्चों को भार का अनुभव कराने के लिए उन्हें विभिन्न वस्तुओं को उठाने, थामें रखने तथा धकेलने के लिए कहें। इन अनुभवों से बच्चों को भार/द्रव्यमान का बोध हो जाएगा।



चित्र 1

हम कक्षा तीसरी के बच्चों को पार्क में ले जा सकते हैं। वे सी–सॉ (झूमा–झूमी) खेलते हैं। जैसे वे खेलें, उन्हें आसानी इस क्रिया पर सोचने को कहें। आप उनसे सी–सॉ के दोनों सिरों की गतियों के विषय में पूछ सकते हो कि अपनी ओर के भाग को नीचे लाने के लिए वे बल कैसे लगाते हैं? उनसे पूछें कि ऐसा क्यों हो रहा है? बच्चों को अपने प्रेक्षणों (अनुभवों) की अभिव्यक्ति करने दें। उनका ध्यान इस प्रक्रिया में उनके द्वारा लगाए गए बल की ओर आकर्षित करते हुए इसे भार की अवधारणा से संबंधित करें। बाद में यह प्रक्रिया उन्हें भार और द्रव्यमान में भेद समझाने में आपकी सहायता करेगी।

हम प्रतिदिन बहुत–सी वस्तुएँ जैसे, सब्जियाँ, चावल, फल, दालें, आटा, तेल आदि का उपयोग करते हैं। हमें प्रयोग में लाने के लिए इन वस्तुओं की मात्रा (परिमाण) निर्धारित करने की आवश्यकता पड़ती है। जब हम भोजन तैयार करते हैं तो इन वस्तुओं की कुछ निश्चित मात्रा की आवश्यकता होती है। कक्षा तीसरी व चौथी के बच्चों को गृहकार्य के रूप में यह कार्य दिया जा सकता है कि वे अपनी माँ को रसोईघर में कार्य करते हुए अवलोकन करें।

बच्चे अपनी माँ से किसी भोजन की पाक विधि मालूम कर सकते हैं। जब आप कक्षा में चर्चा करें तो आप बच्चे के ध्यान को इस बात पर ला सकते हैं कि प्रयुक्त की गई सामग्रियों की मात्रा किस प्रकार बदलती है, जो इस बात पर निर्भर करती है कि कोई वस्तु–विशेष कितनी भारी है। एक चम्मच तेल की मात्रा दो चम्मच तेल की मात्रा से कम होती है। किसी कटोरी में दाल की मात्रा कटोरी के आकार पर निर्भर करती है। इस प्रक्रिया के द्वारा बच्चे यह अनुभव करने लगेंगे कि किसी वस्तु की मात्रा भोजन बनाने को कैसे प्रभावित करती है और अंतः हमें यह मालूम करने की भी आवश्यकता पड़ती है कि वह वस्तु कितनी भारी है; या यह कहें कि हमें वस्तुओं की मात्रा मालूम करने की आवश्यकता है। सहज रूप से बच्चे यह समझ जाएँगे कि मात्रा (जिसे हम सामान्यतः भार कह देते हैं) क्या होती हैं तथा धारिता की अवधारणा का प्रयोग करते हुए मात्रा के मापन की प्रक्रिया को भी समझ जाएँगे।

प्रारंभिक स्तर पर बच्चों को भार और मात्रा (द्रव्यमान) में अंतर स्पष्ट करना थोड़ा कठिन होता है। प्रारंभिक कक्षाओं में बच्चे को यह समझाना कठिन होगा कि एक तराजू में रखा एक पत्थर का टुकड़ा जो कुछ किलोग्राम के समान है, चंद्रमा के तल पर बहुत हलका प्रतीत होगा जबकि पृथ्वी पर वह बहुत भारी लगाता है। पत्थर की मात्रा दोनों अवस्थाओं में उतनी है, परंतु दोनों स्थानों (पृथ्वी और चंद्रमा) पर लगने वाला गुरुत्वाकर्षण बल अलग–अलग है। वह निश्चित गुण जो दोनों अवस्थाओं में अपरिवर्तित रहता है, पदार्थ का द्रव्यमान (मात्रा) है क्योंकि भार तो गुरुत्वाकर्षण बल पर निर्भर करता है जो उस पत्थर की अन्तरिक्ष में स्थिति के अनुसार परिवर्तित होता रहता है जिसके कारण अन्तरिक्ष के विभिन्न स्थानों पर उस भारीपन का प्रेक्षण अलग–अलग होगा।

E1) 7 से 8 वर्ष के बच्चों के साथ जो आपके आसपड़ोस में रहते हैं, अंतःक्रिया कीजिए और खोज कीजिए कि द्रव्यमान/भार के विषय में उनके क्या विचार हैं?

एक बार हम इस स्थिति तक पहुँच जाएँ जहाँ बच्चों ने पर्याप्त अनुभव कर लिया है कि विभिन्न वस्तुएँ किस प्रकार भारी या हल्की होती है, तो इसके पश्चात बच्चों को तोलने की आवश्यकता से अवगत कराया जा सकता है, यह दिखाकर कि कुछ वस्तुएँ भार में भी समान होती हैं। तथापि, प्रेक्षण द्वारा या अनुभव करके कुछ चीजों का भार मालूम करना कठिन है। ऐसी स्थिति में हम बच्चों को तराजू के दो पलड़ों से परिचित करा सकते हैं और दिखा सकते हैं कि विभिन्न वस्तुएँ कैसे व्यवहार करती हैं। जिस पलड़े में भारी वस्तु होगी वह नीचे की ओर आ जाएगा तथा जब दोनों पलड़े संतुलित अवस्था में होंगे तो हम कहेंगे कि दोनों वस्तुएँ समान रूप से भारी हैं। अर्थात् उनका भार समान है।

चित्र 2

ऐसे अनुभवों के माध्यमों से बच्चों के लिए मात्रा और भार जैसी अवधारणाओं को समझना सरल होगा। अब बच्चे यह समझ सकेंगे कि हमें विभिन्न वस्तुओं की तुलना उस प्रयोजन के अनुसार करनी चाहिए जिससे हम उस वस्तु का प्रयोग कर रहे हैं या उस स्थिति के अनुसार जिसमें हम उस वस्तु के साथ व्यवहार कर रहे हैं। इस तुलना के लिए बच्चे यह अनुभव करेंगे कि वस्तुओं का एक लक्षण होता है जिसे हमें भार कहते हैं और हमें उसे मापने की आवश्यकता है। अगले भाग में हम इस बात पर चर्चा करेंगे कि भार किस भाँति विभिन्न स्थितियों में वस्तुओं की तुलना करने का एक साधन है।

14.3 तुलना के साधन के रूप में भार

वस्तुओं के भारों की तुलना करने का बोध बच्चों को सरल प्रेक्षणों द्वारा सहजानुभूत रूप से हो जाता है। ऐसी दो वस्तुओं के भारों की तुलना करने के लिए जिनके भारों में कुछ सार्थक अंतर होता है, हमें तराजू के प्रयोग की आवश्यकता नहीं पड़ती। बहुत छोटे बच्चों

को भी यह अनुभव कराया जा सकता है कि वस्तुओं के भार की तुलना उन्हें दोनों हथेलियों में रखकर की जा सकती है। इससे हम देख सकते हैं कि कौन–सी चीज भारी है और कौन–सी हलकी। उदाहरण के लिए एक खिलौना कार और एक चिड़िया के "पंख" को लीजिए। एक छोटा बच्चा भी इन्हें हथेलियों पर रखकर यह बता सकता है कौन–सी वस्तु भारी है और कौन–सी हलकी?

जब बच्चे विभिन्न वस्तुओं के भारों की तुलना कर रहे हो, उस समय यह महत्वपूर्ण होगा कि उनका ध्यान वस्तुओं के भार की अवधारणा की ओर आकृष्ट किया जाए जो कि वस्तुओं की विशेषता या लक्षण है और इस ओर भी कि यह विशेषता (भार) वस्तुओं की अन्य विशेषताओं पर निर्भर नहीं करती। उदाहरण के लिए किसी वस्तु का भार उसकी शक्ल पर निर्भर नहीं करता। इसका संबंध उस पदार्थ की मात्रा से है जिससे वह वस्तु निर्मित है और जिसे द्रव्यमान के नाम से जानते हैं। यदि हम किसी चीज को दो भागों में बाँट दें और उसे दोबारा फिर जोड़ दें, इस प्रकार यदि इस प्रक्रिया में पदार्थ की मात्रा नष्ट न हो तो वस्तु का द्रव्यमान इस प्रक्रिया के फलस्वरूप परिवर्तित नहीं होगा। आइए, इस विचार को विस्तृत रूप से व्याख्या करें।

14.3.1 भार की अविनाशिता

रसोईघर में कार्य करते हुए रघु ने अपने 7 वर्षीय बेटे राघव को गैंद के आकार की एक लोई दी। कुछ देर जब राघव इस लोई के साथ खेलता रहा तो रघु ने इस लोई को एक बेलन के रूप में बदल दिया। गैंद के रूप से बेलन के आकार में बदलने की क्रिया में न तो लोई में कुछ आटा डाला गया और न ही निकाला गया। यह जानने के लिए कि राघव इस दूसरे आकार के प्रति क्या धारणा रखता है। रघु ने पूछा "आपके अनुसार किस का भार अधिक होगा, गैंद वाली लोई का अथवा बेलन का? राघव का उत्तर उस आयु के बच्चों के अन्य बच्चों के समान था। उसने कहा कि बेलनाकार वस्तु का भार, गैंद के भार से अधिक होगा, क्योंकि यह लम्बी है। 5 से 8 वर्ष की आयु समूह के अधिकांश बच्चे यह नहीं समझते कि आकार बदलने से वस्तु का भार नहीं बदलता। औसतन 8 या 9 वर्ष से कम आयु के बच्चों के लिए यह समझाना कठिन होता है कि भार की आवश्यकता शक्ल या आकार पर निर्भर नहीं होती है। इसको भार का लक्षण **"भार की अविनाशिता"** के रूप में जाना जाता है, जिसके अनुसार यदि किसी वस्तु में से बिना कुछ पदार्थ घटाए या उसमें कुछ पदार्थ जोड़े, उसका आकार बदल दिया जाए तो उसका भार वही रहेगा। अर्थात् नए आकार की वस्तु का भार भी वहीं होगा। उदाहरणर्थ, चिकनी मिट्टी से बनी किसी गैंद को बिना कोई पदार्थ नष्ट किए एक बेलन के रूप में परिवर्तित कर दिया जाए तो इसका भार वही होगा जो मूल गैंद का था।

बच्चे की भार की अविनाशिता की अवधारणा का मूल्यांकन करने के लिए हम छोटे–छोटे कार्य कर सकते हैं। निम्नलिखित वार्तालाप को ध्यान से देखिए जिसे मैंने एक कक्षा में सुना था जहाँ एक अध्यापक बच्चों को मात्रा की अविनाशिता की अवधारणा समझा रहा था।

उदाहरण 2: गीली मिट्टी की बराबर मात्राओं का प्रयोग करते हुए एक अध्यापक ने दो गैंद बनाई। फिर उसने एक बच्चे को कक्षा में सामने बुलाया और वे दोनों गैंद उसे दे दी और एक प्रश्न पूछाः क्या इन दोनों गैंदों का भार समान है? कुछ बच्चों ने कहा, "हाँ"। यद्यपि समस्त कक्षा इससे सहमत नहीं थी। उनमें से एक बच्चे को बुलाया जो सहमत नहीं था, और उससे कहा तो "बताइए कौन–सी गैंद भारी है"? जब बच्चा दोनों गैंदों की मिट्टी को ध्यान से देखने, परखने लगा तो वह भी आश्वस्त हो गया कि दोनों का भार समान है। और अब लगभग समस्त कक्षा को विश्वास हो गया कि दोनों गैंदों का भार समान है।

तब अध्यापक ने एक गैंद को हाथ में लिया और बेलनाकार रूप दे दिया। अब उसने सारी कक्षा से पूछा कि क्या अब भी इन दोनों (एक बेलन और एक गैंद) का भार समान है या कम या अधिक है। उनके उत्तरों के आधार पर अध्यापक बच्चों के चिंतन की परख करने का प्रयत्न कर रहा था। "इन दोनों का भार एक समान क्यों होगा?" या इनमें से एक, दूसरे से अधिक भारी होगी? इनमें प्रत्येक तहकीकाती प्रश्न यह जानने के लिए महत्वपूर्ण है कि बच्चों ने भार की अविनाशिता की अवस्था को प्राप्त कर लिया है अथवा नहीं। इस प्रक्रिया से अध्यापक को बच्चों को यह समझाने में सहायता मिली कि यदि मात्रा में कोई परिवर्तन न हो तो वस्तु आकृति से भार पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता। तब अध्यापक ने बच्चों को अपने आस–पास देखने को कहा और यह मालूम करने के लिए कि उनके विचार में कौन–कौन–सी वस्तुओं के भार समान हो सकते हैं। इस प्रकार वह बच्चों के चिंतन को निरंतर रूप से परखने का प्रयास कर रही थी।

सामान्यतः जिन बच्चों ने भार की अविनाशिता की अवधारणा प्राप्त नहीं की है वे यह बात नहीं समझते कि किसी वस्तु के विभिन्न भागों को जब एक साथ मिला दिया जाए तो उन सभी का भार मूल वस्तु के भार के समान होगा। वे यह नहीं समझते कि गीली चिकनी मिट्टी को टुकड़ों में विभाजित करने से कुल भार में परिवर्तन नहीं होता है। अलग–अलग टुकड़ों को दोबारा मिलाकर और उन्हें मूल गैंद के साथ तोलकर इस तथ्य को समझने में बच्चों की सहायता करें। इसके लिए आपको बार–बार उस गैंद को तोड़कर टुकड़े बनाने पड़ेंगे तथा उन सभी के भार की तुलना मूल गैंद के भार से करनी पड़ेगी, ताकि भार की अविनाशिता की अवधारणा को बच्चे समझ सकें। इन तथ्यों की खोज करने के लिए बच्चों को पर्याप्त समय दिया जाना चाहिए क्योंकि बच्चे इन वस्तुओं के साथ खेलकर और आपस में बातचीत करने से ही इनकी खोज कर सकते हैं। आइए, इस प्रकार का एक कार्य अभिकल्पित करने के लिए एक प्रयास करें।

E2) एक ऐसे कार्य की रूपरेखा तैयार कीजिए जिसमें बच्चे एक तराजू का प्रयोग करते हुए किसी वस्तु के भार की तुलना उस वस्तु को टुकड़ों में तोड़ने से पहले और बाद में करें। इसका संचालन बच्चों के एक छोटे समूह के साथ करें। मात्रा (द्रव्यमान) की अविनाशिता के विषय में इस समूह के साथ अपने प्रेक्षणों व विचारों का उल्लेख करें।

दूसरा महत्वपूर्ण कारक जो भार की अवधारणा के मूल में है वह है संदर्भ वस्तु का भार। हमें बच्चों को अगवत कराने की आवश्यकता है कि हम कभी भी किसी एक वस्तु के भार की बात नहीं करते; जब भी हम भार की बात करते हैं किसी से संदर्भ सदैव तुलना होता है अर्थात् एक वस्तु दूसरी वस्तु की तुलना में भारी होती है। आइए इस विचार की जांच करें।

14.3.2 एक संदर्भ भार का प्रयोग करना

जब हमने यह पढ़ा कि वस्तुओं की उनके भारीपन या हलकेपन पर तुलना की जा सकती है तो हम सदैव दो वस्तुओं की बात करते हैं। तुलना का गुण संदर्भित वस्तु पर आधारित होता है। आइए, उपर्युक्त उदाहरण खिलौना कार और चिड़िया के पंख के भारों की तुलना पर विचार कीजिए और इसमें एक लकड़ी के गुट्टे को भी ले लीजिए। एक खिलौनाकार "पंख" की तुलना में भारी होगी परंतु लकड़ी के गुट्टे का भार खिलौनाकार से अधिक होगा। यहाँ पर लकड़ी का गुट्टा और पंख की तुलना, खिलौनाकार से की जा रही है जो संदर्भ भार समझा जाएगा। अतः हम कह सकते हैं कि पंख खिलौनाकार से हल्के है परंतु लकड़ी का गुट्टा खिलौनाकार से भारी है।

संदर्भ भार वस्तुओं को उनके भार के अनुक्रम में रखने में हमारी सहायता करता है। संदर्भ भार के विषय में निर्णय करने के लिए और उसके पश्चात् तुलना करने और वस्तुओं को उनके भार के आरोही क्रम में रखने के लिए बच्चों को काफी अनुभव दिए जाने चाहिए।

संदर्भ भार का विचार बच्चों को आगे चलकर यह समझने में सहायता करेगा कि सभी भार तुलनाएँ होती हैं।

E3) बच्चों के एक समूह को चार वस्तुएँ A, B, C तथा D दीजिए और साथ ही दो पलड़ों वाला एक तराजू। उन्हें कहिए कि दी गई वस्तुओं में से तीन को उनके भार के आरोही क्रम में रखें। जैसे–जैसे बच्चे प्रयुक्त संदर्भ भार के संबंध में यह कार्य करते हैं इस प्रक्रिया के विषय में अपने प्रेक्षणों को लिखते जाए।

हम जानते हैं कि भारों की तुलना करने के लिए प्रेक्षण कोई बहुत सहायता नहीं करते। हमें दो वस्तुओं के भारों की तुलना करने के लिए किसी उपकरण का प्रयोग करने की आवश्यकता होती है। भारों की तुलना करने के लिए उपयोग में लाए गए सभी उपकरण संतुलन के विचार पर आधारित होते हैं। बच्चे इस बात से भली भाँति परिचित हों कि जब किसी संतुलन मापनी पर दो वस्तुओं की तुलना करते हैं तो भारी वस्तु की तरफ वाला पलड़ा नीचे झुक जाएगा और हलकी तरफ वाला ऊपर हो जाएगा। और यदि दोनों पलड़ों का भार समान है तो दोनों भुजाएँ एकसमान (संतुलित) रहेंगी। हम इन विचारों पर अगले भाग में चर्चा करेंगे।

14.4 संतुलन की संकल्पना

बच्चों को संतुलन की संकल्पना सहज़ ज्ञान से उस समय आती है जब वे मैदानी खेल खेलते हैं जैसे हथेली पर पैन को संतुलित करना, चमचे में नींबू को घुमाते हुए संतुलित करना अथवा जब झूमा–झूमी (सी–सॉ) पर खेलना। आप इस बात से सहमत होंगे कि बच्चे इस बात को बता सकते हैं कि जिस बच्चे के भार अधिक होगा सी–सॉ पर वह नीचे की ओर जाएगा और जो तुलनात्मक रूप से हलका होगा वह ऊपर की ओर गति करेगा। और यदि दोनों बच्चों का तोल समान है तो सी–सॉ क्षैतिज रूप में रहेगा जो एक संतुलित अवस्था है। अतः यदि वे चाहते हैं कि उनकी भुजा नीचे की ओर जाए तो उन्हें दबाव डालना पड़ेगा, तथा दूसरी भुजा को नीचे लाने के लिए उन्हें दबाव को हटाना पड़ेगा।

किसी वस्तु का भार मापने के लिए बच्चों को व्यापक अनुभव होता है। वे प्रायः ऐसी स्थितियों से गुजरते हैं जहाँ वे किसी वस्तु के भार को एक तुला, काँटा या तराजू से मालूम करते हैं; जैसे शारीरिक स्वास्थ्य जाँच के समय उनके शरीर का भार, भार मापनी से ज्ञात करते हैं; इसी प्रकार डाकखाने में उन्होंने भार मापनी मशीन देखी है जिससे डाक खर्च मालूम होता है या रेलवे प्लेटफार्मों पर तोलने की मशीन लगी होती हैं जहाँ बच्चे अपना वजन मालूम करते हैं। राजमार्गों पर बड़े–बड़े काँटे लगे होते हैं जहाँ पर बोझ से लदे ट्रक का वजन भी माप लिया जाता है। यह सही है कि ये भार मापनी शीघ्रता से किसी वस्तु का भार मालूम कर देती है तथापि बिना किसी मापनी के भी वस्तुओं का भार मापना रुचिकर तथा महत्वपूर्ण है और यह कार्य एक तुला या तुलनात्मक विधियों का प्रयोग करते हुए संपादित किया जाता है। संतुलन की क्रिया तोल की अवधारणा केन्द्रीय होती है। एक दिन मैंने अपने मित्र को देखा कि वह किस प्रकार अपनी पुत्री मीनू को भार की इस अवधारणा को समझा रही थी। जब मैंने उनके घर में प्रवेश किया तब मैंने मीनू के हाथ में एक हैंगर देखा जिसपर एक कपड़ा लटक रहा था। अपनी माँ की सहायता से वह उस कपड़े को हैंगर पर इस प्रकार ठीक बैठाने का प्रयास कर रही थी ताकि हैंगर क्षैतिज दिशा में ठहरा रहे। कुछ प्रयास के पश्चात मीनू हैंगर को वांछित स्थिति में स्थिर कर पाई। तब उसकी माँ ने कपड़े के दो टुकड़े और दे दिए और उन्हें भी इसी प्रकार हैंगर में टाँगने को कहा। इस प्रक्रिया में मेरी सहेली ने मीनू को यह अनुभव करा दिया कि हैंगर उसी अवस्था में क्षैतिज रूप में स्थिर रहेगा जब हैंगर के दोनों ओर का भार समान होगा। संतुलन का सहज़ज्ञान देने के लिए हम बाल्टियों का प्रयोग भी कर सकते हैं। बच्चों को दो–दो की

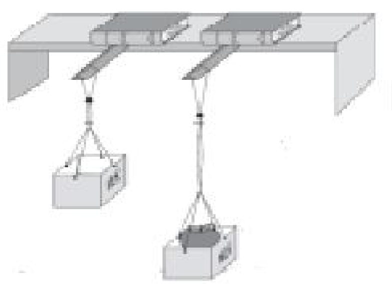
टोली में बाँटा जा सकता है। एक बच्चे को कहें कि वह अपने दोनों हाथों में एक–एक बाल्टी थामे। प्रत्येक बाल्टी में एक ही प्रकार की वस्तुएँ रखी जाएँ। इसके लिए कंकड़ों का प्रयोग किया जा सकता है। टोली के दूसरे बच्चे को कहें कि वह किसी एक बाल्टी से कुछ कंकड़ निकाल ले या कुछ कंकड़ डाल दे ताकि बालटियाँ थामने वाला बच्चा यह अनुभव न करे कि दोनों बाल्टियों का भार समान है। जब एक बच्चे ने इस प्रकार कंकड़ों के भार को संतुलित कर दिया है तो उसे दूसरा भी अनुभव दिया जा सकता है, जिसमें कंकड़ों के स्थान पर क्रिया के रूप में पानी का प्रयोग भी किया जा सकता है। इस प्रक्रिया के पश्चात, बच्चों के साथ चर्चा करें कि इसमें बाल्टियों की भूमिका क्या थी? यदि दोनों बाल्टियों का भार समान नहीं हो तो इससे यह प्रक्रिया किस भाँति प्रभावित होगी?

दो पलड़ों वाली तुला का प्रयोग करते हुए बच्चों को संतुलन दंड या संतुलन की क्रिया का अनुभव करने में सहायता करने के लिए विभिन्न प्रकार के क्रियाकलाप संपादित किए जा सकते हैं।

उदाहरण 3: एक दो पलड़ों वाली तुला का प्रयोग करते हुए तुलना कीजिए कि नीबू, केला तथा खीरा में से कौन–सा सबसे भारी है?

चित्र 3

दंड तुलाओं के अतिरिक्त कई बार किसी वस्तु का भारीपन ज्ञात करने के लिए कमानीदार तुला का प्रयोग भी किया जाता है और इस प्रकार की तुला कक्षा में एक रबर बैंड के प्रयोग से सरलता से बनाए जा सकते हैं। नीचे आकृति 4 में दर्शाई गई तुला कक्षा छठी के विद्यार्थियों द्वारा बनाई गई कमानीदार तुला का प्रतिरूप है। विद्यार्थियों ने यह पैमाना दो सहायक स्केलों को मेज पर जड़ कर बनाए हैं। भारों को लटकाने के लिए रबर बैंडों का प्रयाग किया गया है और इनके पीछे एक कागज लगा दिया गया है। जब भार लटकाए जाते हैं तो रबर बैंडों पर आया तनाव उनके भारों को अभिव्यक्त करता है। जिस रबर बैंड में अधिक तनाव होगा उस पर रखा भार अधिक होगा।



चित्र 4

आगे के अभ्यास करने से पूर्व यह उचित होगा कि बच्चे अपने पास उपर्युक्त प्रकार के साधारण तुला बना कर रखे। अपनी स्वयं की तुला बनाना न केवल उन्हें मापन के लिए तत्काल उपकरण उपलब्ध कराता है अपितु उन्हें अन्वेषण के लिए भी अभिप्रेरित करता है। इसके अतिरिक्त हमें विद्यार्थियों को यह समझाने में सहायता करनी चाहिए कि तुला विभिन्न प्रकार की होती हैं। और किसी वस्तु के मापन में अपेक्षित शुद्धता के अनुसार ही इन तुलाओं का उपयोग किया जा सकता है। बहुमूल्य वस्तुओं को तोलने के

लिए या उन पदार्थों को तोलने के लिए जिनके लिए अत्यधिक परिशुद्धता अपेक्षित हो जैसे स्वर्ण, सूक्ष्म अंशाकन वाली विशेष तुलाओं का प्रयोग किया जाता है। जबकि सब्जियाँ इत्यादि तोलने के लिए हमें अलग प्रकार की तुला की आवश्यकता पड़ती है। इसी प्रकार बहुत भारी सामान जैसे गन्ने से भरे ट्रक का भार तोलने के लिए हमें एक अन्य प्रकार की तुला की आवश्यकता पड़ती है।

यह आवश्यक है कि बच्चे विभिन्न प्रकार की भार मापनियों से अवगत हो जाए। इनमें कुछ मापनियाँ आप परिशिष्ट में देख सकते हैं। यह और अधिक भी महत्वपूर्ण है कि बच्चे तोलने की प्रक्रिया में संतुलन की क्रिया के महत्व को जाने। संतुलन की अवधारणा को समझना उनके लिए उस समय लाभकारी होगा जब वे बीजगणित में समीकरणों को हल करेंगे।

मापनियों का प्रयोग करते हुए हम ऐसे अभ्यास भी कर सकते हैं जो हमारी भार की अविनाशिता की अवधारणा को मजबूत बना सकें, जो तोलने की प्रक्रिया में एक महत्वपूर्ण अवधारणा है। यह कार्य हम ऐसी वस्तुओं की तुलना करके कर सकते हैं जिनमें पदार्थों का भार तो एक जैसा हो परंतु उनकी आकृति अलग–अलग हो।

उदाहरण 4: तीन ऐसी वस्तुएँ लीजिए, जिनका भार समान हो परंतु उनके स्वरूप अलग–अलग हों उन्हें A, B, C चिन्हित कीजिए। आरंभ में बच्चों को कहिए कि वे इनमें से कोई दो वस्तुएं (A तथा B) तुला के दोनों पलड़ों में रखें। बच्चों को यह समझने में सहायता करें कि क्यों तुला के पलड़े संतुलित हैं? उन्हें समझाएँ कि तुला के पलड़े तब तक संतुलित अवस्था में है जब तक दोनों पलड़ों में रखी वस्तुओं का भार समान है। अब पलड़े में से A को हटाकर उसके स्थान पर C रखें। बच्चों को फिर यह देखने दें कि B तथा C वस्तुओं का भार एक जैसा है। अब बच्चों से पूछें कि क्या A तथा C का भार भी एक जैसा होगा। यदि कक्षा का उत्तर "हाँ" में नहीं आता है तो उन्हें दंड तुला की सहायता से तोल कर दिखा दें कि दोनों का भार समान है।

उनकी समझ को और अधिक मजबूत बनाने के लिए आप बच्चों से पूछ सकते हैं कि इन तीनों चीजों – A, B तथा C में सबसे भारी कौन–सी है? जिस बच्चे ने भार की अविनाशिता की अवधारणा को समझ लिया है वह कहेगा कि सभी चीजें एक समान भार की हैं। तथापि जो बच्चा अब भी यदि किसी वस्तु के आकार के आधार पर यह कहें कि क्योंकि "यह" (A, B या C) चीज बड़ी है अतः इसका भार अधिक है तो समझिए कि वह बच्चा भार की अविनाशिता के सिद्धांत को नहीं समझता।

उदाहरण 4 के समान विद्यार्थियों के साथ एक क्रिया और की जा सकती है, यह दर्शाने के लिए कि आकार या शक्ल में परिवर्तन लाने से वस्तु के भार पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता। इसके लिए भी दंड तुला का प्रयोग किया जा सकता है। यहाँ हम आपके लिए एक उदाहरण प्रस्तुत कर रहे हैं।

E4) अपनी कक्षा में निम्नलिखित क्रिया कीजिए और यह देखने के लिए कि इस क्रिया से बच्चे किस प्रकार सीखते हैं, अपने प्रेक्षणों को रिकॉर्ड करें।

क्रिया: बच्चों को गीली चिकनी मिट्टी के दो ढेलें दें, जिनका भार बिल्कुल एक जैसा हो और उन्हें एक दंड तुला भी दें। उन्हें कहें कि दोनों ढेलों से अलग–अलग आकार बनाए। अब उन्हें ही यह निर्णय लेने दें कि क्या दोनों ढेलों का भार समान है अथवा नहीं। इसके लिए उन्हें कहें कि दंड तुला का प्रयोग करके देखें।

निम्नलिखित क्रिया बच्चों को यह समझने में सहायता करेगी कि यदि किसी वस्तु के टुकड़े कर दें तो उसके सभी टुकड़ों का सामूहिक भार, उसके मूल भार के समान होगा।

उदाहरण 5: एक ही भार के चिकनी मिट्टी के दो ढ़ेलें लें। बच्चों को यह देखनें दे कि दंड तुला पर वे दोनों संतुलित होते हैं। एक ढ़ेले की मिट्टी से दो छोटे ढ़ेलें बना दें और पूछें यदि मैं इन दोनों छोटे ढेलों को एक पलड़े में रख दूँ और दूसरे बड़े ढ़ेले को दूसरे पलड़े में रख दूँ तो क्या यह दंड फिर भी सीधा रहेगा? अपनी चर्चा को जारी रखें जब तक कि बच्चों को यह विश्वास न हो जाए कि दोनों भार अब भी समान है, यद्यपि उनमें एक ढ़ेले को दो छोटे ढेलों में तोड़ दिया गया है।

परंतु यदि तोड़ने की प्रक्रिया में मिट्टी का कुछ अंश को नष्ट हो जाए तो दोनों का भार समान नहीं होगा। ये बातें सरल हैं परंतु बच्चे को इन्हें स्वीकार करने में कुछ समय लगता है। अगला अभ्यास करते समय बच्चों की इस समझ का मूल्यांकन करने के लिए एक प्रयोग का अभिकल्प बनाएँ।

E5) यह दर्शाने के लिए कि किसी वस्तु के विभिन्न भागों का सामूहिक भार वस्तु के भार के समान नहीं होगा यदि तोलते समय सभी भागों कों नहीं तोला जाता ऐसे एक प्रयोग का अभिकल्पन करें।

तोलने की प्रक्रिया में दूसरा महत्वपूर्ण विचार “संदर्भ भार” होता है जिस पर हम पहले ही चर्चा कर चुके हैं। संतुलन की अवधारणा का उपयोग करते हुए बच्चों की समझ के लिए कि संतुलन से किस भाँति हमें निर्णय लेने में सहायता मिलती है, विभिन्न क्रियाकलाप का अभिकल्पन किया जा सकता है। हम एक ऐसे कार्य को नीचे दिखा रहे हैं, जिसे अध्यापक कक्षा में दंड तुला की सहायता से कर सकते हैं।

उदाहरण 6: गीली मिट्टी के पाँच ढ़ेले लें। जिनमें से 4 का भार एक समान हो और एक उनसे हलका हो। उन पाँचों में से हमको मालूम करना है कि हलका कौन–सा है। हम बच्चों को बता सकते हैं कि हम यहाँ पर संतुलन की संकल्पना का प्रयोग कर सकते हैं। जब हम एक दंड तुला का प्रयोग करते हैं और इसके दोनों पलड़ों में समान भार की वस्तुएँ रखते हैं तो दोनों पलड़े संतुलित हो जाएँगे। अतः यहाँ पर हम चार ढेले लेते हैं। हमें ज्ञात नहीं है कि इन चार में एक ढेला अन्यों से हलका है अथवा नहीं। अब हम दो ढेले एक पलड़े में डालते हैं और अन्य दो दूसरे पलड़े में। हम देखते हैं कि दोनों पलड़े संतुलित हो जाते हैं। इस बिन्दु पर हम बच्चों से पूछ सकते हैं कि उनका निष्कर्ष क्या होगा? निःसंदेह, इन चारों से बाहर वाला ही ढेला हलका होगा। और यदि पलड़े संतुलित नहीं होते हैं तो बच्चों से पूछ सकते हैं कि हलका ढ़ेला कहाँ है? चर्चा के आधार पर उन्हें इस निष्कर्ष पर ले आएँ कि हलका ढेला उस पलड़े में है जो ऊपर उठा हुआ है। अब इस पलड़े के दोनों ढेलों को दंड तुला के दोनों पलड़ों में डाले और मालूम करें कि कौन–सा ढेला हलका है। उदाहरण 6 में दिया गया प्रयोग विभिन्न परिवर्तनों के साथ दोहराया जा सकता है जिससे बच्चे तुला की भूमिका को समझ जाएँगे।

अब अगले अभ्यास से पूर्व इन सभी विचारों को संघटित कीजिए। आप उनको इसी प्रकार के कुछ और प्रयोग दे सकते हैं जिसमें उनको तुला दंड का प्रयोग नहीं करना है। तुला दण्ड एक दृश्य उपकरण है जो संतुलन की अवधारणा को विकसित करने में सहायता करता है। अंततोगत्वा, बच्चों को बिना तुला दण्ड के, संतुलन की अवधारणा समझना है। यद्यपि इस प्रकार के प्रयोगों में तुला दण्ड उनको किसी भी परिस्थिति में अनुमान लगाने में सहायता करेगा।

इन सभी विचारों को इकट्ठा कर अगले अभ्यास के लिए एक क्रियाविधि का अभिकल्प बनाएँ।

E6) ऐसे तीन प्रश्नों की रचना करें जिनसे भार संतुलन संबंधी बच्चों की समझ का मूल्य निर्धारण हो सके। बच्चों के लिए यह आवश्यक नहीं कि वे दंड तुला का ही प्रयोग करें।

एक बार जब बच्चों में संतुलन की अवधारणा का पूर्ण विकास हो जाता है, और वे इस तथ्य से अवगत हो जाते हैं कि किसी वस्तु का भार सदैव किसी अन्य वस्तु के भार के संदर्भ में प्रकट किया जाता है तो भार के प्रकटीकरण में इकाई के विचार का प्रयोग किया जा सकता है। अगले भाग में हम विचार करेंगे कि यह कैसे किया जा सकता है।

14.5 भार की विभिन्न इकाइयाँ

दूसरी विशेषता जो हमें वस्तुओं के भार को जानने में सहायता करती है वह है इकाइयों का योगात्मक गुण या इकाईयों की प्रतिकृति। दो या अधिक वस्तुओं के भारों को संयोजित किया जा सकता है ताकि दूसरी वस्तु का सामूहिक भार मालूम किया जा सके। भारों के मापन के संदर्भ में यह एक मूलभूत भाव है। आइए, इस भाव या विचार की विस्तार से खोज–बीन करें।

14.5.1 इकाई की प्रतिकृति बनाना

कल्पना कीजिए कि हमारे पास कुछ कौड़ियाँ हैं एक लुढ़कने वाली कील है, एक ईंट है, और एक दो पलड़ों वाला दंड तुला है। प्रेक्षण के आधार पर हम इन वस्तुओं को इनके भारीपन के अनुसार अनुक्रम में डाल सकते हैं। कौड़ियाँ सबसे हलकी है और ईंट सबसे भारी तथापि किसी एक वस्तु के संदर्भ में दूसरी वस्तु के भार को मालूम करने के लिए हम इकाई के प्रतिकृति गुण का प्रयोग करेंगे। किसी हलकी वस्तु के संदर्भ में अधिक भारी वस्तु के भार का मोटा–मोटा अनुमान लगाया जा सकता है। उदाहरण के लिए हम लुढ़कने वाली कील के भार का निरूपण, उस कील को संतुलित करने के लिए अपेक्षित कौड़ियों के रूप में कर सकते हैं।

उदाहरण 7: एक तुला दंड लीजिए। इसके एक पलड़े में एक लुढ़कने वाली कील रखिए और दूसरे पलड़े में कुछ कौड़ियाँ। कौड़ियों वाले पलड़े में कौडियों की संख्या को उस समय तक घटाते या बढ़ाते चले जाइए जब तक कि दोनों पलड़े संतुलित न हो जाएँ। यहाँ पर एक कौड़ी एक संदर्भ भार है, जिसे इकाई का नाम दिया गया है और जिसका उपयोग उस कील के भार और उसे संतुलित करने के लिए अपेक्षित कौड़ियों की संख्या के लिए किया गया है। कौड़ियों की यह अपेक्षित संख्या उस कील के भार का निरूपण करती है। मान लीजिए कील को संतुलित करने के लिए 68 कौड़ियों की आवश्यकता पड़ती है। तो हम कह सकते हैं कि उस लुढ़कने वाली कील का भार 68 कौड़ी है। कील के भार को जानने के लिए कौड़ियाँ इकाई के रूप में हैं।

इसी प्रकार हम कीलों की संख्या के रूप में ईंट का भार भी मालूम कर सकते हैं। हाँ, बच्चों को यह स्पष्ट करना आवश्यक है कि संदर्भ भार (इकाई) समस्त प्रक्रिया में वही रहना चाहिए। इस अवस्था में ईंट का भार मालूम करने के लिए यहाँ पर वह कील एक संदर्भ भार या इकाई का रूप ले लेगी। अतः आवश्यक है कि सभी लुढ़कने वाली कीले समान भार वाली होनी चाहिए।

अविनाशिता की अवधारणाओं की प्राप्ति के लिए तथा भारों के योगात्मक गुण को ग्रहण करने के लिए, बच्चों को अधिक समय लगता है, अतः यह महत्वपूर्ण होगा कि बच्चों को इन भावों की खोज स्वयं करने दी जाए, जो इकाइयों के चयन और एक इकाई को दूसरी इकाई में परिवर्तित करने से संभव है।

उदाहरण 8: बच्चों को एक टोकरी में भरकर खिलौना फल (15 सेब, 10 संतरे, अंगूरों

का एक गुच्छा, 5 आम) तथा एक दंड तुला दीजिए। बच्चों को कहिए कि वे किसी एक इकाई का चयन कर फलों से भरी टोकरी का भार चयनित इकाई के रूप में मालूम करें। बच्चे निम्नलिखित में से किसी भी कार्यनीति का उपयोग कर सकते हैं।

क) कुछ विद्यार्थी प्रत्येक फल को एक इकाई मान सकते हैं और आपको बता सकते हैं कि टोकरी का भार वास्तव में 15 सेबों, 30 अंगूरों (गुच्छे में अंगूरों की संख्या की गिनती करने के बाद) तथा 5 आमों का कुल भार है।

ख) कुछ विद्यार्थी किसी एक फल (जैसे सेब) को एक इकाई के रूप में चुन सकते हैं। इन सेबों का उपयोग करते हुए वे सभी फलों को तौल सकते हैं और फिर उनका योग करने के बाद कह सकते हैं कि टोकरी का भार 35 सेब हैं।

ग) अन्य विद्यार्थी किसी न किसी एक फल को इकाई मान सकते हैं, परंतु वे इस बात का ध्यान रखें कि जब भी वे इसका प्रयोग करें, इकाई वही रहे, बदले नहीं। अतः वे जब अंगूर को एक इकाई के रूप में प्रयोग करते हैं। तो वे यह बात सत्यापित कर लेते हैं कि इनका भार केवल इनकी संख्या पर निर्भर करता है। उदाहरणार्थ 10 अंगूरों को एक पलड़े पर रखने तथा 10 को दूसरे पलड़े में रखने से तुलना दंड संतुलित रहता है तब वे प्रत्येक फल को अंगूरों की संख्या के रूप में तोलते हैं। उनका परिणाम 100 अंगूरों के समान आ सकता है।

ये कार्यनीतियाँ स्पष्ट करती हैं कि जिन विद्यार्थियों ने कार्यनीति (क) का प्रयोग किया, उन्हें इकाई चुनने का कोई बोध नहीं था, यद्यपि उन्होंने संदर्भ भार और योगज विशेषता का प्रयोग किया। जिन विद्यार्थियों ने कार्यनीति (ख) का प्रयोग किया वे यह जानते थे कि फलों को तोलने संबंधी योगात्मक गुण और संदर्भ भार की संकल्पना का प्रयोग कैसे किया जाता है परंतु वे इकाई के चयन में लापरवाह हो गए क्योंकि उन्होंने इस बात की जाँच पड़ताल नहीं कि क्या सभी सेबों का भार एक समान है। जबकि जिन्होंने (ग) कार्यनीति का प्रयोग किया उन्होंने इकाइयों की प्रतिकृति के भाव का उपयोग ठीक प्रकार से किया और भार की अविनाशिता तथा इकाइयों के योगात्मक गुण के अर्थ को ठीक से समझा।

बच्चे कई और कार्यनीतियों का उपयोग भी कर सकते हैं। जब वे किन्हीं वस्तुओं के भार को निरूपित करने के लिए किसी इकाई का चयन करते हैं। तब उनका ध्यान निम्नलिखित तथ्यों की ओर निर्देशित करना हैः

- इस प्रक्रिया की समस्त अवधि में एक इकाई के रूप में चयनित वस्तु का भार बदलना नहीं चाहिए।
- यदि तोलने के लिए एक से अधिक वस्तुओं का उपयोग किया जाता है तो उनका संयुक्त भार हमें उत्तर बताएगा। यदि हम प्रतिरूपित करना चाहते हैं तो दोनों वस्तुओं का भार बराबर होना चाहिए।
- हम उन सभी भारों को जो तोल की प्रत्येक क्रिया के फलस्वरूप प्राप्त हुए हैं, जोड़ सकते हैं।

E7) 25 बच्चों के एक समूह के लिए एक ऐसे प्रयोग का अभिकल्प तैयार करें जिसका उद्देश्य कुछ वस्तुओं को तोलने के लिए उपयुक्त इकाई का चयन करने संबंधी उन बच्चों की समझ का निर्धारण करना है।

उपर्युक्त चर्चा में आपने अनुभव किया होगा कि इकाई के चयन के लिए उस इकाई के भार का विशेष महत्व व भूमिका होती है। उस वस्तु का भार जिसे इकाई के रूप में चुना गया है, और उन अन्य वस्तुओं के भार के मध्य (जिनका भार हम मापना चाहते हैं) संबंध बहुत ही महत्वपूर्ण है। आइए, अब देखें कि हम इस पक्ष के विषय में बच्चों को किस प्रकार सुग्राही बना सकते हैं।

14.5.2 छोटी इकाइयों की आवश्यकता

आइए, अपने पिछले उदाहरण जिसमें लुढ़कने वाली कील, ईंट तथा कौड़ियों का प्रयोग किया गया था, उसे आगे बढ़ाएँ। कल्पना कीजिए कि कीलों के साथ ईंट को संतुलित करने में हमने देखा कि संतुलन के लिए जब 16 कीलों का प्रयोग किया गया तो ईंट वाला पलड़ा थोड़ा–सा नीचे की ओर था परंतु जब 17 कीलों का प्रयोग किया गया तो कीलों वाला पलड़ा काफी नीचे हो गया और ईंट वाला पलड़ा ऊपर उठ गया। दोनों में से किसी अवस्था में संतुलन तो नहीं आ पाया। परंतु इससे स्पष्ट होता है कि ईंट का भार लगभग 16 कीलों के भार के काफी निकट है। अतः कह सकते हैं कि ईंट का भार 16 कीलों के भार के लगभग समान है।

इससे हमें कम से कम उन ऊपरी और निचली सीमाओं का पता चल गया जिसके आसपास ईंट का शुद्ध भार होगा। ईंट का भार 16–17 कीलों के भार के बीच में है। हालाँकि यह मात्र एक अनुमान है। भार को ओर अधिक परिशुद्ध रूप में मालूम करने के लिए हमें और छोटी इकाइयों की आवश्यकता है। इसके लिए हम कौड़ियों का प्रयोग कर सकते हैं। हमें और अधिक सूक्ष्म अनुमान तक पहुँचने के लिए, कीलों तथा कौड़ियों दोनों का उपयोग करना चाहिए।

16 कीलों के अतिरिक्त आइए कुछ कौड़ियाँ उस पलड़े में और डाल दें और धीरे–धीरे उस समय तक डालते रहें जब तक कि सुई संतुलन स्थिति के निकटतम पहुँच जाए। इस प्रकार एक बड़े संदर्भ भार के साथ एक छोटे संदर्भ भार को संयोजित करना हमें ईंट के भार के अधिक सूक्ष्म अनुमान को ज्ञात करने में सहायता करता है। इस अवस्था में कील बड़ी इकाई है, कौड़ी को छोटी इकाई के रूप में निरूपित किया जा सकता है और दोनों इकाइयाँ मिलकर, भारी वस्तु के भार (ईंट) को ज्ञात करने में सहायक है। इस अवस्था में ईंट के भार की गणना और अधिक शुद्धता के साथ की जा सकती है। उदाहरण के लिए ऐसा संभव हो सकता है कि 16 कील के साथ 8 कौड़ी और मिलाने से ईंट का अधिक परिशुद्ध भार मालूम हो सकता है।

अतः ईंट का भार = 16 कीलें + 8 कौड़ियाँ

ये संदर्भ भार अर्थात कीलें और कौड़ियाँ ग़ैर–मानकीकृत इकाइयाँ हैं जिनका उपयोग ईंट के भार को ज्ञात करने के लिए किया गया है। इन ग़ैर–मानकीकृत इकाइयों का चयन उपयोग में लाए गए भारों के चयन पर निर्भर करता है जो एक स्थिति से दूसरी स्थिति में अलग–अलग हो सकता है। उदाहरण के लिए यदि कीलों और कौड़ियों की बजाय हम क्रिकेट बाल, टेडीबियर खिलौना तथा कुछ चाकलेट को प्रयोग में लाने के बारे में सोच सकते थे। अब हमारी ईंट का भार निम्नलिखित हो सकता है:

ईंट का भार = 3 क्रिकेट बाल + 6 चाकलेट + 5 टैडी बीअर

इस प्रकार किसी इकाई के विषय में निर्णय करना उन व्यक्तियों का वैयक्तिक निर्णय है जो तोल रहे हैं, परंतु यह आवश्यक नहीं कि यह निर्णय अन्य व्यक्तियों को स्वीकार्य हो।

इस बिंदु के महत्व को बच्चे थोड़ी देर में समझ पाते हैं, अतः उन्हें खोजने और प्रयोग करने

के लिए अवसर दिये जाने चाहिए। नीचे दिए गए उदाहरण 9 के समान हम कुछ और कार्य कर सकते हैं।

उदाहरण 9: बच्चों को कहें कि वे कक्षाकक्ष में विद्यमान विभिन्न वस्तुओं की तुलना करें और उन्हें किसी अनुक्रम में व्यवस्थित करें। उनसे यह भी कहें कि वे भारी वस्तुओं को तोलने के लिए हल्की वस्तुओं को संयोजित करें। वे अपने प्रेक्षणों को इस भाँति रिकार्ड कर सकते हैं:

1 स्कूल बैग = 15 पुस्तकें + 8 टिफिन

1 स्कूल बैग = 15 टिफिन + 9 बोतल + 8 पैंसिल बॉक्स

1 टिफिन = 2 पैंसिल बॉक्स

जब बच्चे इस कार्य को कर रहे होते हैं तब आप प्रश्न पूछ कर उन्हें प्रोत्साहित कर सकते हो। आप पूछ सकते हैं:

- एक बोतल के भार को संतुलित करने के लिए कितने पैंसिल बॉक्सों की आवश्यकता होगी?
- कितने–कितने टिफिनों तथा पैंसिल बॉक्सों को संयोजित कर दिया जाए ताकि उनका भार 8 पुस्तकों के भार के समान हो जाए?
- भारों को निकटतर अनुमान लगाने के लिए हम छोटी वस्तुओं का उपयोग कैसे कर सकते हैं?

जब बच्चे यह अनुभव करने लग जाएँ कि उनके परिणाम उनके चुनने पर निर्भर करते हैं तो आप उन्हें चर्चा में सम्मिलित कर सकते हो कि हमें आगे क्या करना चाहिए। शनैःशनै बच्चों को यह विश्वास होने लगेगा कि जब हम किसी सामान्य या सामूहिक उद्देश्य से वस्तुओं को तोलते हैं, जैसे एक रेहड़ी वाला, बेचने के लिए सब्जियाँ/फल तोलता हैं; वहीं दुकानदार चावल, दाल, तेल, आटा जैसी चीज तोलता है तो हमें तोलने के लिए सर्वमान्य वस्तु का उपयोग ही करना चाहिए। इस समय आप उनसे भार की इकाइयों जैसे किलोग्राम आदि की बात कर सकते हों जिनका उपयोग रेहड़ी वाले करते हैं या उन भारों का उदाहरण दे सकते हैं जो वस्तुओं के पैकेटों पर या डिब्बों आदि पर लिखा होता है। अब हम यह देखेंगे कि एक किलोग्राम भार तथा अन्य भार जैसे 500 ग्राम, 200 ग्राम, 100 ग्राम, 50 ग्राम इत्यादि भारों से हमारा क्या तात्पर्य है?

14.5.3 एक मानक इकाई की ओर गमन

पिछले भाग में हमने पढ़ा कि ग़ैर–मानक इकाइयाँ अपनी–अपनी पसंद या रुचियों पर निर्भर करती है। अर्थात् ग़ैर–मानक इकाइयों का चयन अलग–अलग व्यक्तियों के लिए अलग–अलग हो सकता है। और ऐसी इकाइयों के चयन का अर्थ होगा एक ही भार के लिए अलग–अलग उत्तर। इस विषयनिष्ठता को हटाने के लिए और भारों के वस्तुगत संप्रेषण के लिए, हमें एक ऐसी इकाई की आवश्यकता है जो सभी के लिए मान्य हो। ऐसे सार्वत्रिक रूप से मान्य "संदर्भित भारों" को मानक इकाइयाँ कहते हैं। ऐसी मानक इकाइयाँ जिनका उपयोग प्रायः भारों को मापने में किया जाता है इस प्रकार हैः क्विंटल, टन, किलोग्राम, ग्राम। भार को मापने के लिए सर्व सामान्य रूप से प्रयोग में लाई जाने वाली इकाई **किलोग्राम** है और इसे **भार मापने की अंतरराष्ट्रीय मानक इकाई** भी कहा जाता है।

बच्चों में मानक इकाइयों के बोध को मजबूत बनाने की आवश्यकता है। बच्चों में यह

योग्यता हो कि वे मानक इकाइयों के भार का अनुमान लगा सकें। इसे संपादित करने के लिए बच्चों की इस प्रकार सहायता करें कि वे मानक भारों के समान अपने भार बना सकें। बच्चों को इन मानक भारों का अनुभव देने के लिए मूल रूप में प्रतिदर्श मानक भार जैसे 10 ग्राम, 50 ग्राम, 100 ग्राम, 250 ग्राम, 500 ग्राम तथा 1 किलोग्राम दे दिए जाएँ। विद्यार्थियों को इस प्रकार प्रोत्साहित किया जाए ताकि वे अपने इर्द गिर्द पाई जाने वाली वस्तुओं के भारों की तुलना कर सकें और ऐसी वस्तुओं का निर्माण करें जिनका भार उन वस्तुओं जितना है। समतुल्य भारों का निर्माण करते समय, बच्चे संतुलन की प्रक्रिया का महत्व समझ जाएँगे, जैसा हमने पहले चर्चा की है, भारों को समझने के लिए एक अनिवार्य कौशल है। भारों को मापने में मानक इकाइयों का प्रयोग करते समय भारों की योगात्मक विशेषता एक निश्चित गुण होता है। अतः तरबूज को तोलते समय, विक्रेता, निम्नलिखित बांटो का उपयोग कर सकता हैः एक बांट 2 किलोग्राम का, 1 बांट एक किलोग्राम का, 1 बांट 250 ग्राम का और एक बांट 100 ग्राम का। इनका उपयोग कर तरबूज को तोलकर वह कह सकता है कि इसका अनुमानित कुल भार 3 किलोग्राम 350 ग्राम है।

इसी प्रकार यदि हरविंदर का भार 42 किलोग्राम हो और एक शॉपिंग बैंग का भार 2 किलोग्राम हो तो हरविंदर और शॉपिंग बैंक का संयुक्त भार 44 किलोग्राम होगा। इसी नियम का अनुसरण करते हुए हरविंदर अपने कुत्ते का भार मालूम कर सकती है जो कभी एक स्थान पर नहीं टिकता। क्या आप अनुमान लगा सकते हो? कैसे? अब आपके लिए समय है कि आप चिंतन मनन करें। बच्चे बाजार में उपलब्ध विभिन्न पैकेटों का उपयोग उन पर लिखे भारों के अनुसार कर सकते हैं जैसे 1 किलोग्राम 500 ग्राम, 200 ग्राम। तथापि, इससे पूर्व कि आप बच्चों को यह कार्य सौंपे, आप इसे नीचे दिए गए अभ्यास के अनुसार स्वयं करके देखें।

E8) अपने पड़ोस की किराने की दुकान से कुछ किराने की वस्तुएँ, जिन पर भारों का लेबल अंकित हो, इकट्ठी करें। एक दंड तुला की सहायता से इनमें से प्रत्येक चीज का भार मापें और यह जाँच करें कि क्या लेबल पर अंकित भार, आप द्वारा मापे भार से मेल खाता है अथवा नहीं। क्या लेबल पर अंकित भार वस्तु के वास्तविक भार के समान है अथवा लगभग समान है?

14.5.4 इकाइयों को समझना

इस बात को समझना कि अलग–अलग वस्तुओं को मापने (तोलने) के लिए अलग–अलग इकाइयों की आवश्यकता पड़ती है, छोटे बच्चों के लिए थोड़ा कठिन है। बच्चों को यह सीखना कि एक उपयुक्त इकाई का चयन कैसे करें, मापन को समझने का एक महत्वपूर्ण भाग है। अपितु सभी स्तरों पर विद्यार्थियों से अपेक्षा है कि वे इकाइयों का चयन बुद्धिमतापूर्ण रूप से करें। ऐसा करना स्थिति विशेष पर निर्भर करता है। मापन की एक सुविधाजनक इकाई चुनना भी महत्वपूर्ण होता है। प्रारंभिक विद्यालय पूरा करने तक विद्यार्थी इस योग्य हो जाने चाहिए कि वे इकाइयों की भूमिका को भली–भाँति समझ जाए।

मापन के लिए वस्तु तथा अपेक्षित परिशुद्धता की आवश्यकता पर निर्भर करते हुए हम मानक इकाइयों का चयन करते हैं। ऐसी वस्तुएँ जैसे सब्जियाँ, प्रायः किलोग्राम में तोली जाती हैं; परंतु बहुमूल्य धातुएँ जैसे सोना, प्रायः ग्रामों में तोला जाता है जबकि बहुत विशाल कंक्रीट ब्लाक टनों या क्विंटलों में तोले जाते हैं।

उदाहरण 10: बच्चों को विभिन्न प्रकार की वस्तुएँ दीजिए जैसे अंगूर, गेहूँ से भरी एक थैली, एक थैली रेत, एस्पिरिन और उनसे पूछिए : क्या आप इन सब चीजों की इकाइयाँ जिनमें इनका माप किया जाता है, जानते हों? इनके लिए आप टनों, किलोग्रामों या ग्रामों का प्रयोग करोगे। क्या आप नीचे दर्शाई गई चीजों का उनकी मापने की इकाई के साथ

मिलान कर सकते हो? यदि ये वस्तुएँ वास्तविक रूप में कक्षा में उपलब्ध कराना कठिन हो तो इनके चित्र (फोटोग्राफ) भी दिखा सकते हो।

किलोग्राम (SI प्रतीक : Kg), जिसे किलो भी कहा जाता है, अंतरराष्ट्रीय इकाई प्रणाली में द्रव्यमान की आधार इकाई है। इसे अंतरराष्ट्रीय मानक किलोग्राम द्रव्यमान के समान परिभाषित किया जाता है, जो एक लीटर पानी के द्रव्य मान के बिल्कुल समान है।

आइए, अब हम उन चीजों को मापें जिनकी तुलना हमने कक्षा में की थी।

उदाहरण 11: बच्चों को कुछ मानक भार दीजिए और उन्हें कहिए कि वे कक्षा में उपलब्ध कुछ वस्तुओं को तोलें। वे अपने प्रेक्षणों को नीचे दी गई सारणी में लिख सकते हैं।

सारणी 1

वस्तु	अनुमानित भार	ऊपरी भार	निचला भार	वास्तविक भार
स्कूल बैंग	2 कि.ग्रा.	3 कि.ग्रा.	2 कि.ग्रा.	2 कि.ग्रा. और 600 ग्रा.
टिफिन				
15 पैन्सिल का बॉक्स				
रबड़ (इरेजर)				

जरा अब इन उदाहरणों को भी देख लीजिए।

E9) किसी ऐसी क्रिया पर विचार कीजिए जिसमें बच्चे 1 किलोग्राम भार को, बिना किसी मापनी के प्रयोग के माप सकें।

E10)आप कैसे इस बात को जानेंगे कि किसी बच्चे ने एक किलोग्राम भार के भाव को सीख लिया है?

विद्यार्थियों के लिए सभी मापों का मोटा–मोटा अनुमान लगाना कठिन होता है परन्तु यह महत्वपूर्ण अवधारणा है। इस अनुमान को सुदृढ़ करने के लिए बच्चों को तोलने संबंधी काफी अनुभव देने की आवश्यकता है।

बच्चों के लिए यह भी महत्वपूर्ण है कि कुछ वस्तुओं का अलग–अलग भार देने पर वे उन सबका संयुक्त या कुल भार मालूम कर सकें। हमारे दैनिक जीवन में जब हम बाजार में चीजें खरीदने जाते हैं हमें ऐसी गणना करने की आवश्यकता पड़ती है। अगले भाग में हम ऐसे क्रियाकलाप पर विचार करेंगे, जिनके द्वारा बच्चे बहुत–सी वस्तुओं का कुल भार निकलने में सक्षम व कुशल हो जाएँ।

14.6 भारों की गणना में गणित का योगदान

गणित विभिन्न वस्तुओं के मध्य संबंधों के बारे में बोध कराता है। यह विभिन्न स्थितियों में विभिन्न वस्तुओं के भारों के मध्य संबंधों को समझने में सहायता करता है। यह बहुत सारी वस्तुओं का संयुक्त भार मालूम करने में भी हमारी सहायता करता है। जैसे यदि आप के पास 2 रुपये हों और कोई व्यक्ति आपको 7 रुपये और दे दे तो आपके पास 9 रुपये हो जाएँगे। यह बात आप जानते हैं कि 2 में 7 और जोड़ें तो कुल 9 हो जाते हैं। अब कल्पना कीजिए कि आप के पास 100 रुपये का नोट है और आपको किसी को 30 रुपये

देने हैं तो वह व्यक्ति आप को 70 रुपये (100–30) लौटाएगा। इस तरह की बातें बच्चे चौथी/पाँचवीं कक्षा तक सीख जाते हैं। वे जानते हैं कि संख्याओं का अंकगणित उन्हें पैसों के लेनदेन में सहायता करता है। इसी प्रकार उन्हें यह भी जानना चाहिए कि गणित का प्रयोग ऐसे सौंदों में कैसे किया जाए जहाँ भार सम्मिलित हो। ऐसा करने के लिए उन्हें विशिष्ट रूप से संख्याओं के साथ कार्य करने की आवश्यकता है। जब हम वस्तुओं को तोलते हैं तो संख्याओं की भूमिका बड़ी महत्वपूर्ण होती है, मात्रा तुलना करने में ही नहीं बल्कि अन्य कई रूपों में।

बच्चों के लिए सबसे सुपरिचित उदाहरण फल/सब्जी विक्रेता का है। दंड तुला का उपयोग और वस्तुओं के विभिन्न संयोजनों के भार को कैसे मालूम किया जाए, निम्नलिखित उदाहरण की सहायता से सिखाया जा सकता है।

10 मिलिग्राम (मि.ग्रा.)	=	1 सेंटीग्राम
10 सेंटीग्राम	=	1 डेसिग्राम = 100 मिलिग्राम
10 डेसिग्राम	=	1 ग्राम = 1000 मिलिग्राम
10 ग्राम	=	1 डैकाग्राम
10 डैकाग्राम	=	1 हैक्टोग्राम =100 ग्राम
10 हैक्टोग्राम	=	1 किलोग्राम = 1000 ग्राम
1000 किलोग्राम	=	1 मीट्रिक टन

उदाहरण 12: शीला अपनी बहन को ध्यान से देख रही थी जो सब्जियाँ खरीद रही थी। उसने 1 किलोग्राम टमाटर खरीदे, 2 किलोग्राम आलू, 1 किलोग्राम 500 ग्राम प्याज तथा 900 ग्राम लौकी। शीला ने देखा कि विक्रेता डंडी (दंड) को संतुलित करने के लिए, कई टमाटरों/आलू/प्याजों को डाल या निकाल रहा था ताकि डंडी दूसरे पलड़े में रखे बांटो के अनुसार संतुलित हो जाए। परंतु लौकी को तोलते समय विक्रेता ने 100 ग्राम का बांट उस पलड़े में रखा जिसमें लौकी रखी हुई थी। शीला को आश्चर्य हुआ कि विक्रेता ने 100 ग्राम का बांट लौकी के साथ क्यों रखा जबकि अन्य सब्जियों के मामले में उसने ऐसा कुछ नहीं किया।

वे दोनों घर आईं परंतु यह विचार शीला के मन को परेशान कर रहा था। उसकी बहन ने शीला को बताया कि यदि हम किसी वस्तु को भागों में नहीं बाँट सकते, जैसे लौकी को, तो उसे संतुलित करने के लिए हमको उन इकाइयों को ठीक बैठाना पड़ता है जिनका प्रयोग हम तोलने में करते हैं। इस अवस्था में वह इकाई ग्राम थी। इसे हम या तो अधिक बांट रख कर ठीक कर सकते हैं जैसे विक्रेता ने प्याजों के मामले में किया। उसने 1 किलोग्राम के साथ 500 ग्राम का बांट और रखा ताकि वह 1 किलोग्राम और 500 ग्राम हो जाए। परंतु इस विक्रेता ने लौकी की अवस्था में ऐसा नहीं किया। उसके पास एक 100 ग्राम का बांट था, एक 200 ग्राम का बांट था, एक 500 ग्राम का बांट था और एक 1 किलोग्राम का बांट था। और इन बांटों का संयोजन 900 ग्राम नहीं बनता था। वह होशियार था बांट बढ़ाने के स्थान पर उसने बांट घटाने की बात सोची। अतः उसने 100 ग्राम का बांट लौकी के साथ रख दिया ताकि लौकी वाला पलड़ा एक किलोग्राम बांट के साथ संतुलित हो जाए। इस प्रकार लौकी का भार (1000 – 100) ग्राम = 900 ग्राम रह गया। शीला की बहन ने उसे समझाया कि 1 किलोग्राम भार 1000 ग्राम के समान होता है।

जब बच्चे अपने आपको किसी क्रिया में लगाए रहते हैं और सोचते हैं कि क्या हो रहा है, वे मात्र उस सूचना को जो उस अवस्था में चाहिए, आत्मसात करते हैं। बच्चों को इस प्रकार के अनुभव देना महत्वपूर्ण होगा, हम उन्हें कहानी सुना सकते हैं जिनमें गणना निहित हो।

जहाँ यह महत्वपूर्ण है कि बच्चे तुला पर वस्तुओं के वास्तविक भार को पढ़ना सीख जाए, उन्हें भार से संबंधित गणना का ज्ञान भी होना अनिवार्य है। गणना के लिए यह महत्वपूर्ण है कि बच्चे विभिन्न इकाइयों को आवश्यकतानुसार एक इकाई से दूसरी इकाई में परिवर्तित करना सीख जाएँ और विभिन्न स्थितियों में उनका जोड़ना या घटाना भी कर सकें। मात्र जमा/घटा के कुछ या अधिक प्रश्न हल कर लेना पर्याप्त नहीं है, ये उन्हें सीखने में सहायक नहीं हो सकते। वे ये नहीं समझ पाते कि वे एक इकाई को दूसरी इकाई में परिवर्तित क्यों करें। उदाहरण के लिए, मान लीजिए आपने 800 ग्राम मूँग की दाल और 700 ग्राम उड़द की दाल खरीदी। यदि दोनों प्रकार की दालों का भाव एक समान है

(कहिए कि 80 रुपये प्रति किलोग्राम), तब हम उनके भारों को जोड़ सकते हैं और उसके अनुसार पैसे दे सकते हैं। यदि बच्चे को परिवर्तन (रूपांतरण) का कोई ज्ञान नहीं है, वह यह नहीं समझ पाएगी कि उसे 1½ किलोग्राम दाल के मूल्य की गणना करनी है। दोनों दालों का कुल भार 1500 ग्राम होगा जिसे यदि किलोग्राम में रूपांतरित करें तो वह 1½ किलोग्राम होगा। जब बच्चे इस प्रकार के परिवर्तनों में लग जाते हैं उस समय जब वे क्रियाकलाप कर रहे होते हैं। तभी वे इकाइयों के रूपांतरण की आवश्यकता के महत्व को अनुभव करेंगे। क्रय–विक्रय क्रियाकलाप की व्यवस्था कक्षा में भी की जा सकती है, जहाँ यह आवश्यक नहीं है कि बच्चे वास्तविक भार और पैसे का लेनदेन करें। वे पर्चियों का उपयोग कर सकते हैं। प्रत्येक वस्तु और उसके मूल्य तथा भार के लिए पर्चियाँ बनाई जा सकती हैं। वे वास्तविक वस्तुओं की बजाय पर्चियों का लेन–देन कर सकते हैं।

बच्चों को ऐसे क्रियाकलाप की व्यवस्था करने के अवसर दिए जाने चाहिए। तथापि, यहाँ एक चीज महत्वपूर्ण है कि प्रत्येक अध्यापक यह याद रखें कि अधिगम के लिए यह आवश्यक है कि इन क्रियाकलाप की व्यवस्था बच्चे स्वयं करें, तथापि अध्यापक यथोचित निर्देशन दें जिससे बच्चे भली भाँति सीख जाएँ।

अतः आप निम्नलिखित उदाहरण (अभ्यास) की सहायता से एक इस प्रकार की क्रिया की व्यवस्था करें।

E11) निम्नलिखित क्रियकलाप की व्यवस्था करें और बच्चों की अधिगम निष्पत्तियों को रिकार्ड करें।

---

50 विद्यार्थियों की कक्षा को 10 समूहों में विभाजित करें और उन्हें एक बाजार का दृश्य निर्मित करने को कहें। तीन समूहों को तीन दुकानें स्थापित करने को कहें। जो वस्तुएँ वे बेचेंगे वे उनकी अपनी चीजें जैसे पुस्तकें, पैन्सिलें, रबड़, पैमाना, पानी की बोतल इत्यादि हो सकती है। अध्यापक के रूप में आप इन वस्तुओं के भार प्रत्येक वस्तु पर चिपकाने में बच्चों की सहायता करें। अब प्रत्येक चीज को एक जैसी दर (उदाहरण के लिए 1 रुपये प्रति किलोग्राम) पर बेचें। अब तीन समूहों को इन तीन दुकानों पर खरीदने के लिए जाने दें। प्रत्येक समूह को 3 रुपए की चीजें खरीदनी है जिसका अर्थ हुआ प्रत्येक को 3 किलोग्राम सामान खरीदना है। दूसरे तीन समूह इस लेन–देन का प्रेक्षण करेंगे वे देखें कि कार्य ठीक से संपादित हो रहा है, और कहीं कोई झगड़ा हो गया है तो वे जो समूह रह गया है, उसको इस की रिपोर्ट करेंगे और यह दसवाँ समूह निर्णय लेगा।

क्रय–विक्रय के अतिरिक्त जीवन में एक अन्य संदर्भ भी है, जहाँ भारों के बारे में ज्ञान महत्वपूर्ण भूमिका भी है जब हमें सामान को एक स्थान से दूसरे स्थान पर भेजना होता है। आप निम्नलिखित परिवहन क्रिया की व्यवस्था करना चाहेंगे जहाँ बच्चों को सामान के भार की जोड़ना या घटाना पड़ेगा।

उदाहरण 13: हमारे पास 5 डिब्बे हैं जिनमें आम, सेब, केले, संतरे तथा अंगूर भरे हैं और जिनका भार क्रमशः 10 किलोग्राम, 8 किलोग्राम 500 ग्राम; 6 किलोग्राम 200 ग्राम; 12 किलोग्राम 175 ग्राम और 3 किलोग्राम 125 ग्राम हैं। हमें इन डिब्बों को नदी के उस पार अथवा दूसरी तरफ किनारे पर भेजना है जिसके लिए नाव का प्रयोग होगा वह उस व्यक्ति अपने साथ एक समय में 5 किलोग्राम सामान ही ले जा सकता है। वह व्यक्ति इसे कैसे संपादित करेगा?

आप कक्षा को समूहों में विभाजित कर सकते हों और प्रत्येक समूह को प्रश्न हल करने दें। प्रत्येक समूह इन वजनों के कार्ड बना सकता है और इस कार्य को संपादित कर सकता है।

इस क्रिया के करने में बच्चों के पास बहुत सारे विकल्प उपलब्ध हैं। यहाँ कुल भार 40 किलोग्राम है और यह निष्कर्ष निकालना बड़ा सरल है कि व्यक्ति को 8 बार आना जाना पड़ेगा। इन आठ भ्रमणों को आयोजित करने के लिए बहुत सारे संयोजन संभव है जिनमें विद्यार्थियों को घटाना या जमा करना पड़ेगा। यह आवश्यक नहीं कि संपूर्ण भार जमा किया जाए। प्रत्येक बार पाँच किलोग्राम का भार उठा कर, वस्तुओं को एक स्थान से दूसरे स्थान पहूँचना शुरू कीजिए।

इस बार विभिन्न चयनित विकल्पों पर कक्षा में चर्चा की जा सकती है जिनमें ऐसे सर्वोत्तम विकल्प को मालूम किया जा सकता है जहाँ एक डिब्बे से दूसरे डिब्बे में फलों को कम से कम बदलना हो।

ऐसी चर्चाएँ बच्चों को यह महसूस करा सकती है कि गणित ऐसे कार्यों के कितना लाभकारी है और गणना करने में अभ्यास कराने के अतिरिक्त हमारे दैनिक जीवन में इसका अनुप्रयोग किया जा सकता है।

हमें बच्चों के साथ ऐसे क्रियाकलाप करने की आवश्यकता है। जो उन्हें डंडी को संतुलित करने के महत्व को समझने में सहायता करें उनके लिए यह अनुभव करना महत्वपूर्ण है कि उस वस्तु का भार जो जिसका पलड़ा नीचे है, अधिक होगा तथा यदि दोनों पलड़ों में भार बराबर करना है तो डंडी क्षैतिज दिशा में होनी चाहिए। साथ–साथ उन्हें यह समझने की आवश्यकता भी है कि डंडी की स्थिति में बहुत थोड़ा अंतर भी तोल में अंतर डाल सकता है। इसकी जाँच दोनों पलड़ों की वस्तुओं को परस्पर बदलने से हो सकती है। यदि दंड तुला परिशुद्ध रूप से निर्मित है और प्रेक्षण में कोई त्रुटि नहीं है तो वस्तुओं की आपस में अदला–बदली से यह स्पष्ट हो जाएगा कि वस्तुएँ जो अदला–बदली से पूर्व समान भार दर्शाती थी, उसे पश्चात् भी ऐसा ही दर्शाएँगी।

कल्पना कीजिए कि दंड तुला का प्रयोग कर आप आलुओं को तोलना चाहते हैं। भार एक किलोग्राम आता है। इसका अर्थ है कि जब आप पलड़े में इन आलुओं को डालो और दूसरे पलड़े में एक किलोग्राम का मानक बांट रखे तो तराजू संतुलित हो जाएगी। अब आप चीजों को आपस में बदल लीजिएः अर्थात् आलुओं को बट्टे वाले पलड़े में तथा बट्टे को आलू वाले पलड़े में डाल दीजिए। बच्चों को देखने दें कि क्या होता है। यदि तराजू परिशुद्ध है तो दंड अब भी संतुलित रहेगा; अर्थात क्षैतिज रूप में स्थिर रहेगा। यदि दंड संतुलित नहीं रहता है तो हमें तराजू में कुछ संशोधन करना पड़ेगा। पहले हमें त्रुटि की गणना करनी होगी। मान लीजिए कि जब हम आलुओं और 1 किलोग्राम के बांट की अदला–बदली करते हैं तो हम देखते हैं कि हमें संतुलित करने के लिए 50 ग्राम का बांट और रखना पड़ता तब दोनों पलड़े संतुलित होते हैं। इसका अर्थ यह हुआ कि अब आलुओं की उसी मात्रा को भार 1 किलोग्राम 50 ग्राम हो गया। आप बच्चों के साथ चर्चा कीजिए कि आलुओं का वास्तविक भार कितना है?

त्रुटि संशोधन एक महत्वपूर्ण गणितीय कौशल है।

अब यहाँ इस इकाई का सारांश देकर इसे समाप्त करते हैं, सांराश में कही गई बातें बच्चों को भार की अवधारणा समझने में सहायता करेंगी।

14.7 सारांश

इस इकाई में हमने निम्नलिखित बातों की चर्चा की हैः

1) बच्चों के भार की अवधारणा को समझना थोड़ा कठिन है क्योंकि (क) भार को देखकर बताना कठिन है; ख) भार का पता इसके आकार से नहीं लगाया जा सकता।

2) आयतन और आकृति बच्चों के भार के अवबोधन को प्रभावित करते हैं।

3) ऐसे क्रियाकलाप जिनमें गीली मिट्टी के ढेले को अलग–अलग आकृतियों में परिवर्तित करने से, जिसमें न तो मिट्टी का कोई अंश नष्ट होता हो और न ही उसमें बाहर और मिट्टी मिलाई जाती हो, भार के अविनाशिता के भाव को दृढ़ता प्रदान होती है, जो तोलने की क्रिया को समझने के लिए अनिवार्य है।

4) हम किसी चीज के भार की बात केवल किसी अन्य वस्तु के भार के संबंध में ही करते हैं। तोलने की क्रिया को समझने तथा हमें वस्तुओं को तोलने की आवश्यकता क्यों पड़ती है को समझने के लिए यह एक महत्वपूर्ण मील का पत्थर है। इलैक्ट्रॉनिक तुलाओं में भी जहाँ हमें केवल एक संख्या दिखाई देती है। हम एक भार की किसी मानक भार के साथ तुलना करते हैं।

5) जब हम किसी वस्तु का भार मालूम करना चाहते हैं, ऐसी वस्तुओं की तुलना करना या उन्हें क्रमबद्ध करना जो दिखती तो एक जैसी हैं। परंतु उनका भार अलग–अलग हो इस बात को प्रबलित करता है कि अवबोधनात्मक निर्भरता भ्रमित कर सकती है। जो वस्तुएँ एक जैसी लगें, उनका भार अलग–अलग हो सकता है।

6) ग़ैर–मानकीय तथा मानकीय इकाइयों के साथ गतिविधि करने से बच्चे उपर्युक्त इकाई के चयन के लिए प्रोत्साहित होते हैं और फिर वे अपने चयन को तर्कसंगत बनाते हैं बच्चों के साथ बातचीत करना और उनके साथ चर्चा करना किसी इकाई विशेष के चयन के पक्ष और विपक्ष में उनके विचार जानने में अध्यापक की सहायता करता है।

7) वस्तुओं के मापन में "अनुमान" एक महत्वपूर्ण भूमिका निभाता है। किसी वस्तु का प्रायोगिक रूप से भार मापने से पूर्व बच्चों को उसके भार का अनुमान लगाने के पर्याप्त अवसर देने चाहिए।

8) किसी भार की ऊपरी और निचली सीमाओं का अनुमान लगाने के लिए बच्चों को प्रोत्साहित करना, मापन की किसी इकाई को चुनने के औचित्य को समझने में सहायक होता है।

9) इससे पूर्व कि हम बच्चों को मानक इकाइयों से परिचित कराएँ, यह अनिवार्य है कि उन्हें अपनी इकाइयाँ निर्धारित करने के लिए प्रोत्साहित किया जाए। इससे उन्हें अनुमान का पता चलता है।

10) भार को मापने के लिए निम्नलिखित चरणों को सम्मिलित करना महत्वपूर्ण है:

   क) प्रत्यक्ष तुलना (हाथों का प्रयोग करते हुए)

   ख) अप्रत्यक्ष तुलना (एक नियमित मापनी का प्रयोग करते हुए)

   ग) मनमानी इकाइयाँ (लकड़ी के गुट्टों का प्रयोग करके)

   घ) सार्वभौमिक इकाइयाँ (उदाहरणार्थ एक ग्राम)

11) मीट्रिक प्रणाली का ज्ञान तथा मापनी का पठन, तोलने का एक अंतर्भूत भाग है। अतः विद्यार्थियों को विभिन्न प्रकार की तुलाओं तथा मीट्रिक परिवर्तन के लिए काफी अनुभव दिए जाने चाहिए।

12) क्योंकि आरंभ में बच्चे द्रव्यमान तथा भार में अंतर करने में सक्षम नहीं होते, अध्यापक को चाहिए कि भ्रांति से बचने के लिए इनमें से किसी एक ही शब्द का प्रयोग करे।

द्रव्यमान की अवधारणा जटिल होती है और काफी बाद में बच्चे इसका भेद भार से कर पाते हैं – कक्षा चौथी या पाँचवीं में जा कर।

13) वास्तविक जीवन से उदाहरण लेते हुए यह बोध उत्पन्न करने के लिए कुछ स्थितियों में कुछ विशेष मापन तकनीकों का ही प्रयोग क्यों किया जाता है, विचार–विमर्श करना आवश्यक है। उदाहरणार्थ बच्चों से पूछा जा सकता है कि संतरों को तोलने के लिए किस प्रकार का बांट सर्वोधित होगा। उस समय क्या होगा जब संतरों का तोल की बजाए प्रति दर्जन में बेचा जाए? ऐसी स्थिति में किस को लाभ होता है – विक्रेता को या ग्राहक को। अन्य इकाइयों की भाँति यह भी हमने स्पष्ट करने का प्रयास किया है कि बच्चे स्वयं से चीजें करके ही सीखते हैं। अतः यह महत्वपूर्ण है कि नित्य क्रम जैसे क्रियाकलाप कक्षा में भी कराए जाएँ। बच्चों से ऐसी कहानियाँ कहलवाई जाए और स्थितियों का वर्णन कराया जाए जहाँ भार की अवधारणा की एक सार्थक भूमिका हो।

14.8 अभ्यासों पर टिप्पणियाँ

E1) आप बच्चों को ऐसी बातचीत में लगा सकते हैं कि कौन–सी चीज भारी है और कौन–सी हलकी। आप देखते रहे कि ये इस बात का निर्णय कैसे लेते हैं कि कोई चीज भारी कैसे हैं और हलकी कैसे या क्यों? उनसे पूछे कि वे किस आधार पर या क्यों किसी चीज को भारी कहते हैं और क्यों हल्की। विद्यार्थियों के साथ इस प्रकार का वार्तालाप आपको उन भ्रांतियों को समझने में सहायता करेगा जो बच्चे भार/द्रव्यमान के बारे में रखते हैं।

E2) समूह के प्रत्येक बच्चे को चाक के दो–दो टुकड़े दें। उनको दंड तुला पर चाक के टुकड़ों को तोल कर दिखाएँ कि उनका भार समान है। अब उन्हें कहें कि वे एक टुकड़े को तोड़ कर दो या तीन छोटे टुकड़े बना लें और उन टुकड़ों को दो बार उसी पलड़े में रखें। दूसरे पलड़े में पहले ही एक बड़ा टुकड़ा रखा हुआ है। अब वे देख सकते हैं कि टूटे हुए टुकड़ों से भी दंड तुला संतुलित अवस्था में रहेगा। इस क्रिया को बच्चे कई बार दोहरा सकते हैं। यदि इस क्रिया से आपके उद्देश्य की पूर्ति हो गई तो इसे रिकार्ड करें।

E3) इसे संपादित करने के लिए बहुत सारी कार्यनीतियाँ अपनाई जा सकती हैं। उनमें से एक इस प्रकार हो सकती हैः एक दंड तुला के एक पलड़े में कोई दो बाँट रखें और दूसरे पलड़े में भी दो बाँट रखें। संतुलित करने के डंडी को ऊपर उठाएँ और देखें कि कौन सा पलड़ा फर्श की ओर जाता दिखता है। इसी प्रकार की तुलना उन दो बट्टों के साथ हो सकती है जो पहले इकट्ठे किए गए थे।

E4) इस बात को ध्यान से देखें कि क्या इस क्रिया से बच्चों को यह पता लग गया है कि किसी वस्तु की आकृति (शक्ल) उस के भार को किसी भाँति भी प्रभावित नहीं करती है। आप इस क्रिया को दूसरी आकृतियों, जो आपने एकत्रित की हैं, के साथ दोहरा सकते हैं और यह सुनिश्चित करें कि इन आकृतियों का भार पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता।

E5) एक बड़ी लकड़ी का घन (cube) लीजिए तथा चार छोटे लकड़ी के घन लीजिए जिनको यदि मिला दें तो बड़ा घन बन जाए। यह सुनिश्चित कर लें कि चारों छोटे घनों को यदि इकट्ठा रख दिया जाए तो उनका भार बड़े घन के भार के समान होगा। बच्चों को यह दिखाते हुए इस क्रिया को आरंभ करें कि चार छोटे घन मिलकर बड़ा घन बनाते हैं। फिर यह निदर्शित करें कि जब चारों छोटे घनों को एक पलड़े में रखा जाए और बड़े घन को दूसरे में तो दंड संतुलित हो जाता है। अब एक छोटे घन को उठा लीजिए। अब तुरंत असंतुलन हो जाएगा जिससे बच्चे स्पष्ट रूप से समझ जाएँगे कि जैसे ही एक टुकड़े

को निकाल लिए वहाँ का भार कम हो गया। इस क्रिया को इस प्रकार दोहराएँ कि दूसरी बार दूसरा टुकड़ा हटाया जाए। इससे बच्चे के मन में यह अवधारणा सुदृढ़ हो जाएगी।

अलग–अलग वस्तुएँ लेकर इस प्रकार के बहुत से क्रियाकलाप किए जा सकते हैं।

E6) तीन प्रश्न निम्नलिखित हो सकते हैंः

क) जब मैंने दो संतरे और तीन केलों को तोला तो मैंने देखा कि उनका भार समान था। तो क्या 4 संतरे और 6 केलों का भार भी समान होगा?

ख) यदि मेरे पास 10 पैंसिलें हों जिनमें से प्रत्येक का भार दूसरी के समान हों तो क्या 6 पैंसिले 4 पैन्सिलों को संतुलित कर देगी?

ग) मेरे पास एक बॉक्स है जिनमें 10 रबर हैं और इसका भार उस बॉक्स के समान है जिसमें 8 क्रेयन्स हैं। यदि मैं बॉक्स से दो रबर निकाल लूँ और दूसरे बॉक्स में से दो क्रेयन्स निकाल लूँ तो क्या ये बॉक्स एक दंड तुला पर फिर भी संतुलित हो जाएँगे? यदि बच्चे इन प्रश्नों का उत्तर बिना दंड तुला प्रयोग में लाए नहीं दे पाते हैं तो इसका अर्थ यह है कि उन्हें दंड तुला के अधिक अनुभव की आवश्यकता है।

E7) समूह को 5 उपसमूहों में बाँट लीजिए। प्रत्येक उपसमूह में 5 बच्चे होंगे। कोई भी उपसमूह जिसमें 5 से अधिक बच्चे हैं, वह बच्चों को क्रिया में सम्मिलित होने की अनुमति नहीं देता। वास्तव में एक आदर्श स्थिति में एक उपसमूह में तीन बच्चे होंगे, परंतु उस अवस्था में बहुत सारे उपसमूह बन जाएँगे। जिनका प्रबंध करना थोड़ा कठिन होगा। प्रत्येक उपसमूह के तीन–तीन पर्चियाँ बनाएँ जिन पर वस्तुओं के नाम लिखे होने चाहिए। इसका नमूना नीचे दिया गया है।

1) टॉफियों का एक पैकेट जिसमें समान भार की 12 टॉफियाँ होंगी।

2) बिस्कुटों का एक पैकेट जिसमें 6 बिस्कुट हैंः इस तरह के दो पैकेटों का भार 1 पैकेट टॉफियों के भार के समान हो।

3) चीनी का एक पैकेट जिसका भार 24 टॉफियों के समान हो।

बच्चों से दो पैकेट चीनी, 10 पैकेट बिस्कुट तथा 5 पैकेट टॉफियों के कुल भार की गणना करने को कहें। उत्तर होगा 168 $(2 \times 24 + 10 \times 6 + 5 \times 12)$ टॉफी या बिस्कुट। इस उत्तर टॉफियों के 14 पैकेट या बिस्कुटों के 28 पैकेट भी हो सकता है। यह इस बात पर निर्भर करता है कि किस इकाई का चयन किया गया है। याद रहे कि दूसरा नमूना स्पष्ट करता है कि एक बिस्कुट का भार 1 टॉफी के भार के समान है।

इस क्रिया पर मनन कीजिएः क्या बच्चों ने इसे सरलता से कर लिया? यदि नहीं तो अपनी पर्चियों में संशोधन कीजिए। कई बार ऐसा होता है कि जो क्रिया हम निर्धारित करते हैं वह उस समूह के लिए उपयुक्त नहीं होती है। अतः हमें बच्चों की समझ के बारे में अपनी राय रखने में जल्दबाजी नहीं करनी चाहिए। इस अवस्था में यह उचित होगा कि 5 उपसमूहों के लिए पर्चियों के पाँच अलग–अलग सैट तैयार करें। इससे आपको अच्छी तरह पता चल जाएगा कि कौन–सी कार्यनीति सफल रही।

E8) अपने अनुभव के आधार पर आप वैसे ही कार्यों के लिए ऐसे मदों की पहचान कर सकते हैं जिन्हें बच्चे उस कार्य के लिए प्रयोग में ला सकें।

E9) यदि कोई बच्चा एक भार को उठाता है और अनुमान लगाता है कि यह लगभग 1 किलोग्राम के भार के समान है, तो समझिए कि उसे एक किलोग्राम भार का बोध है।

E10)उसे तोलने के लिए 1 किलोग्राम – 2 किलोग्राम, 3 किलोग्राम आदि की विभिन्न वस्तुएँ दीजिए। यदि वह वस्तु की शक्ल, उसके आकार या आयतन का ख्याल किए बिना, उस वस्तु के भार को बता सके तो हम कह सकते हैं कि उसने 1 किलोग्राम भार का बोध प्राप्त कर लिया है।

E11)जब आप इस क्रिया की व्यवस्था करें, आप यह अनुभव कर सकते हैं कि आपके वातावरण में कुछ संभव नहीं है। अपने चिंतन के आधार पर उस क्रिया को संशोधित कीजिए और दोबारा प्रयास कीजिए।

14.9 संलग्नक : विभिन्न प्रकार की तुलाओं के चित्र

दैनिक जीवन में सामान्यतः प्रयोग होने वाली तुलायें

भारत में सामान्यतः प्रयोग होने वाले बांट